Kjell Arne Brekke, Rom 1032

ECON 1500 , Våren 2010
Oppgaver til seminaruke 6, Kalenderuke 11

Oppgave 1

Anta at en bedrift har produktfunksjonen $f(n,k) = An^a k^b$ der *A,a,b* er positive konstanter.

La faktorprisene være *w* og *q*.

a) Anta en bestemt produktmengde *x* og utled likninga for den tilhørende isokvanten.

b) Utled likninga for substitumalen.

Oppgave 2

Anta at en bedrift produserer en mengde *y* ved produktfunksjonen
$y = x_1^{0,5} x_2^{0,5}$ der x_1 og x_2 er mengdene av to innsatsfaktorer.

(a) Vis hva som skjer med produktmengden i dette tilfellet dersom en dobler bruken av begge innsatsfaktorene?

La w_1 og w_2 være de respektive faktorprisene. Alle kostnader er produksjonsavhengige.

(b) Sett opp uttrykket for produsentens kostnader, kalt *c*.

Anta først at x_2 ikke kan endres innenfor den perioden vi ser på, men er gitt lik *4*.

(c) Vis at i dette tilfellet blir kostnadsfunksjonen, dvs *c* som funksjon av *y*, lik $c = \frac{1}{4} w_1 y^2 + 4w_2$

(d) Anta nå at det blir mulig å variere både x_1 og x_2, og utled førsteordensbetingelsene for minimering av kostnadene ved gitt produktmengde i dette tilfellet.

Anta nå at $w_1 = w_2 = 1$.

(e) Vis at kostnadsfunksjonen i dette tilfellet blir c=2y.

(f) Sammenlign kostnaden produsenten får i punkt (c) med kostnaden i punkt (e) når y=4 og $w_1 = w_2 = 1$, og forklar resultatet.

(g) Jamfør også grensekostnadene i disse tilfellene.

Oppgave 3

La

$$Y = F(K,L,E) = AK^a L^b E^c \text{ der } A,a,b,c > 0 \text{ og } a+b+c \leq 1$$

der L er antall arbeidere, K er kapital (mengden produksjonsutstyr) og E er energibruken til bedriften. Y er produksjon (der alle størrelser gjelder for en gitt periode).

a) Finn de partiell-deriverte $\frac{\partial Y}{\partial K}$, $\frac{\partial Y}{\partial L}$ og $\frac{\partial Y}{\partial E}$.

b) Finn skalaelastisiteten

c) Vis at

$$\frac{\partial^2 Y}{\partial K \partial L} > 0$$

d) Den partiellderiverte $\frac{\partial Y}{\partial L}$ kan tolkes som produksjonsøkningen ved å ansette en ekstra arbeider. Hva betyr da resultatet i b), at $\frac{\partial^2 Y}{\partial K \partial L} > 0$?

e) Finn de dobbelt-deriverte $\frac{\partial^2 Y}{\partial K^2}$, $\frac{\partial^2 Y}{\partial L^2}$ og $\frac{\partial^2 Y}{\partial E^2}$, og bestem fortegnene. Tolk resultatet.

f) Tegn grafen til $\frac{\partial Y}{\partial L}$ i et diagram, få fram i diagrammet at $\frac{\partial^2 Y}{\partial L^2}$ <0 , og illustrer til slutt i diagrammet hva som skjer med $\frac{\partial Y}{\partial L}$ dersom K øker.

g) Anta at

$$K = f(t)$$
$$E = g(t)$$

mens L er uendret når t endres. (Eksempelvis kan t være skatt, og bedriften tilpasser kapital og energibruk til endring i skattenivået, men kan ikke endre antall sysselsatte.) Finn et uttrykk for $\frac{dY}{dt}$.

Oppgave 4

Anta at en produktfunksjon er gitt ved følgende

$$x = \gamma(\delta n^{\rho} + (1-\delta)k^{\rho})^{\frac{1}{\rho}}$$

der γ, δ, og ρ er parametere.

a) Regn ut grenseproduktivitetene.
b) Regn ut den marginale tekniske substitusjonsbrøk.
c) Finn ligninga for en isokvant.

Oppgave 5

La

$$f(x, y) = (4 + x + y)(2x + y)$$

Finn et stasjonærpunkt til *f*, og avgjør om det er et maksimum, minimum eller ingen av delene.

Oppgave 6

Anta at en bedrift har produktfunksjonen x=f(L,K) og la $\frac{\partial f(L,K)}{\partial L} = f_1(L,K)$ og

$\frac{\partial f(L,K)}{\partial K} = f_2(L,K)$.

Anta heretter at $\frac{f_1(L,K)}{f_2(L,K)} = s\left(\frac{K}{L}\right)$ =*s(k)* der *k=K/L*, *s* er en funksjon der *s'(k)>0*.

a) Forklar i ord hva alle disse matematiske uttrykkene og egenskapene ved produksjonsstrukturen betyr.

La faktorprisene være *w* (på L) og *q* (på K). Anta at *w* øker for fast *q*.

b) Vis ved implisitt derivasjon hvordan faktorforholdet da vil endre seg når tilpasningen hele tida skal være kostnadseffektiv.